

# THERMODYNAMIQUE

PHYS-106 (b)

## 8. Diffusion, transfert de chaleur

# Structure du cours

1. Introduction à la thermodynamique
2. Théorie cinétique des gaz
3. Gaz parfaits, gaz réels et gaz de Van der Waals
4. Transitions de phase
5. Le premier principe
6. Le second principe
7. Cycles et machines thermiques
8. Diffusion, transfert de chaleur
9. Systèmes ouverts, potentiel chimique
10. Introduction à la relativité restreinte



# Structure chapitre 8

8.1 Généralités sur le transport et équation de continuité

8.2 Diffusion de matière

8.3 Conduction thermique

8.4 Convection thermique

8.5 Rayonnement thermique

## 8.1. Généralités sur le transfert de grandeurs thermodynamiques et équation de continuité

---

Rappel de définitions :

---

Système stationnaire: système dont les variables d'état ne dépendent pas du temps

$$\frac{d}{dt}(x) = \dot{x} = 0$$

Système à l'équilibre thermodynamique:

système stationnaire qui, si il est isolé de tout échange avec l'extérieur, reste stationnaire.

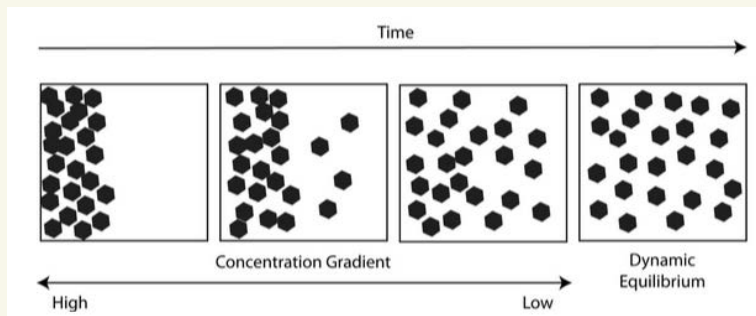
Dans un système à l'équilibre thermodynamique, il n'y a aucun transfert.

## 8.1.1. Transfert de grandeurs thermodynamiques

Dans un système hors-équilibre thermodynamique, il y a des **gradients** (non-uniformité) de grandeurs **intensives** qui induisent le transfert de grandeurs **extensives**.

Exemples :

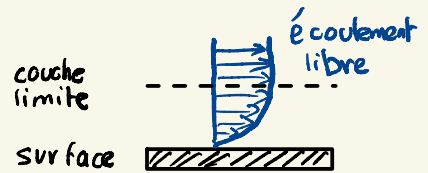
- Diffusion moléculaire (diffusion d'un gaz, diffusion de colorants dans l'eau, ... )  
=> Transfert de **masse** dû à un **gradient de densité**



- Viscosité (air ralentissant au contact d'une surface, courants d'eau s'influençant mutuellement dans un fleuve, ...)

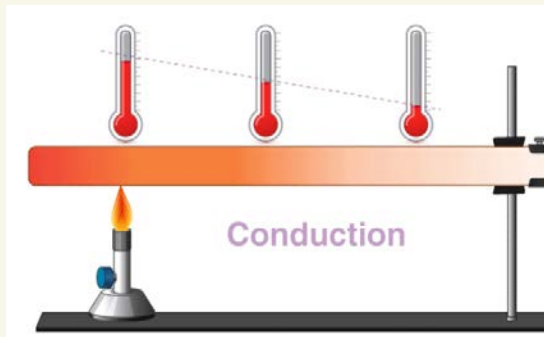
=> Transfert de quantité de mouvement

dû à un gradient  
de vitesse



- Conduction thermique

=> transfert de chaleur dû à un  
gradient de température



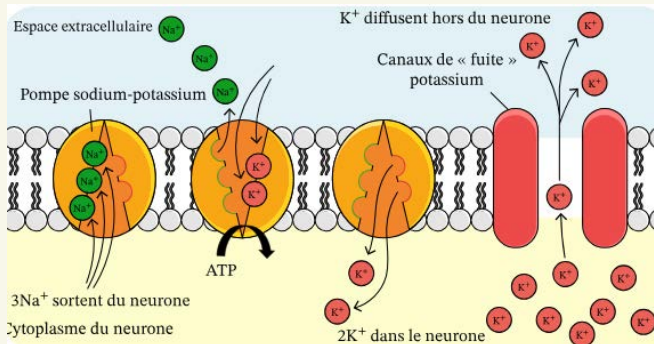
## - Courant électrique

=> transfert de charge électrique dû  
à un gradient de potentiel électrique



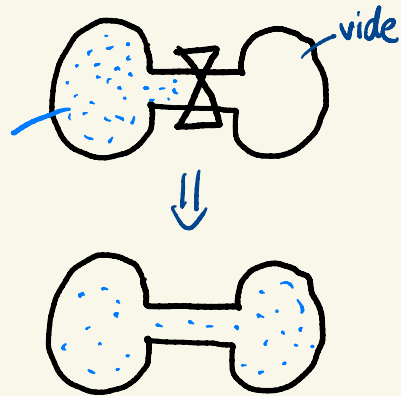
## - Diffusion des ions (exemple: diffusion des ions sodium ( $\text{Na}^+$ ) et potassium ( $\text{K}^+$ ) dans une cellule nerveuse)

=> transfert de quantité de matière (ions)  
dû à un gradient de potentiel chimique et  
ou concentration ionique (densité)



— Transfert d'entropie (exemple: mélange de deux gaz , détente de Joule, café qui se refroidit)

=> transfert d'entropie dû à un gradient de température ou à un gradient de densité



- Comme le système est hors-équilibre thermodynamique, ces phénomènes sont par nature irréversibles. Ils sont d'autant plus irréversibles que les gradients sont grands.

- Au niveau microscopique le transfert se produit grâce aux déplacements et aux interactions, sous forme de chocs entre atomes/molécules.

On parle de **diffusion** si il ya un déplacement macroscopique de matière, sinon on parle de **conduction**.

## 8.1.2. Equation de continuité

L'équation de continuité est utilisée dans le cas d'un système thermodynamique hors-équilibre. Elle exprime la conservation d'une grandeur extensive dans un volume donné.

- Soit  $\phi$  une grandeur extensive (masse  $m$ , nombre de particules  $N$ , charge électrique, ...) contenue dans un volume  $V$

On définit :

\* la densité volumique :  $\rho_\phi = \frac{d\phi}{dV}$

on a :  $\phi = \int_V \rho_\phi dV$

\* le flux de  $\phi$  :  $\vec{J}_\phi = \rho_\phi \vec{v}_\phi$

↑ vitesse de transport de  $\phi$

Exemple pour  $N$ :

$$\rho_N = \frac{dN}{dV}$$

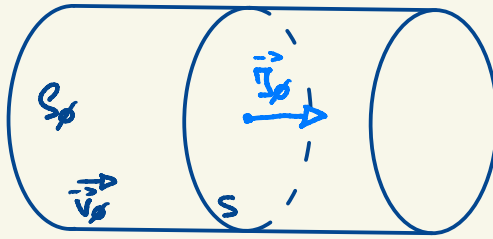
densité de particule par unité de volume  $[m^{-3}]$

Exemple pour  $N$  :  $\vec{J}_N = \rho_N \vec{v}_N$

densité de courant de particules  $[m^{-2}s^{-1}]$



Le flux  $\mathcal{J}_\phi$  correspond à la densité de transport de  $\phi$  à travers une surface.



\* l'intensité qui traverse la surface  $S$  par unité de temps :  $\frac{d\phi}{dt} = S \mathcal{J}_\phi$

Exemple pour  $N$  :  $S \mathcal{J}_N$

Nombre de part. traversant  $S$  par seconde  $[s^{-1}]$

• La quantité  $\phi$  peut évoluer de 3 manières :

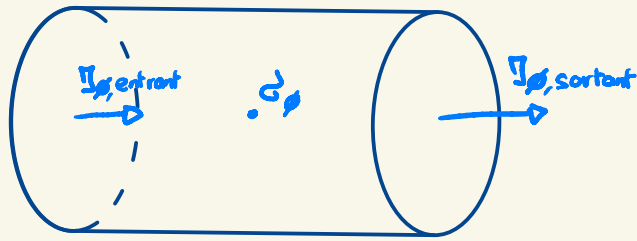
- elle rentre dans le volume depuis

l'extérieur : flux entrant  $\mathcal{J}_{\phi, \text{entrant}}$

- elle sort du volume : flux sortant  $\mathcal{J}_{\phi, \text{sortant}}$

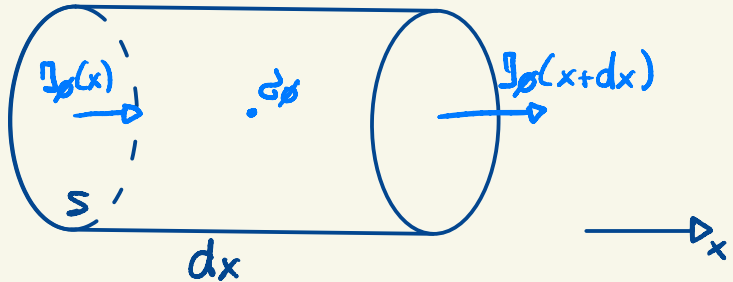
- elle est créée ou détruite dans le volume :

source interne  $\sigma_\phi$  (quantité créée/détruite par unité de temps et de volume)  
 $[m^{-3}s^{-1}]$



Bilan : variation de  $\phi$  = variation due à  $J_{\phi, entrant}$   
 + variation due à  $J_{\phi, sortant}$   
 + variation due à  $\sigma_{\phi}$

Considérons un  
 élément infinitésimal  
 de Volume  $S \cdot dx$



$$\Rightarrow d\phi = S J_{\phi}(x) dt - S J_{\phi}(x+dx) dt + \sigma_{\phi} S dx dt$$

$$d\phi = - S \frac{\partial J_{\phi}(x)}{\partial x} dx dt + \sigma_{\phi} S dx dt$$

$dV = S dx$

$$\frac{d\phi}{dV} = - \frac{\partial J_{\phi}}{\partial x} dt + \sigma_{\phi} dt$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial J_{\phi}}{\partial x} = \sigma_{\phi}$$

Equation de  
 continuité  
 en 1D

Pour information, l'équation de continuité en

3 dimensions est :  $\frac{\partial \rho_\phi}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_\phi = 0_\phi$

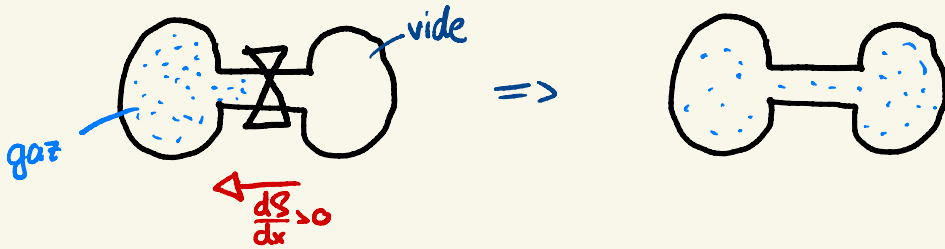
Avec  $\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_\phi$  la divergence du vecteur de flux  $\vec{J}_\phi$ .

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_\phi = \frac{\partial J_{\phi,x}}{\partial x} + \frac{\partial J_{\phi,y}}{\partial y} + \frac{\partial J_{\phi,z}}{\partial z}, \text{ si } \vec{J}_\phi = \begin{pmatrix} J_{\phi,x} \\ J_{\phi,y} \\ J_{\phi,z} \end{pmatrix}$$

Dans le cadre de ce cours, on se concentre uniquement sur la forme unidimensionnelle.

## 8.2. Diffusion de matière

On a déjà traité de la détente de Joule.



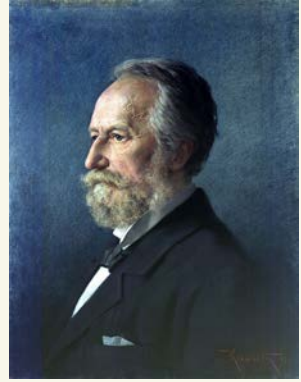
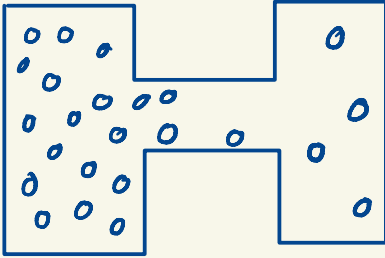
C'est un phénomène de diffusion qui est une forme d'expression de l'agitation thermique.

Le transport de matière est dû à un gradient de densité.

Après un certain temps, la densité des molécules du gaz est uniforme dans les deux enceintes.

## 8.2.1. 1ère loi de Fick

- loi phénoménologique



Adolf Fick  
(1829-1901)

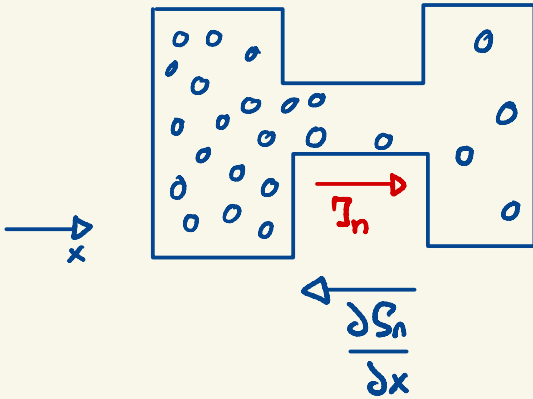
$$J_n(x,t) = -D \frac{\partial S_n(x,t)}{\partial x}$$

$J_n$  : flux de particule

nombre de particules traversant une unité de surface par unité de temps  $[m^{-2}s^{-1}]$

$S_n$  : densité/concentration volumique de particules  $[m^{-3}]$

$D$  : coefficient de diffusion  $[m^2s^{-1}]$



$$J_n(x,t) = -D \frac{\partial S_n(x,t)}{\partial x}$$

- $D > 0$ , le signe - dans l'équation indique que le courant de particules est dirigé vers les faibles densités / concentrations

Exemples de coefficient de diffusion :

Corps	$D \text{ [m}^2\text{s}^{-1}\text{]}$
Sucre dans l'eau	$0,52 \cdot 10^{-9}$
Sel dans l'eau	$1,9 \cdot 10^{-9}$
Argon, à 273K, sous $p=1\text{bar}$	$15,8 \cdot 10^{-6}$
Vapeur d'eau dans l'air, à 273 K	$22 \cdot 10^{-6}$

- Cette loi est une approximation linéaire, elle n'est pas valide pour des densités / concentrations trop faibles (de l'ordre des fluctuations) et pour des concentrations / densités trop élevées (comparable à la densité / concentration du milieu dans lequel se fait la diffusion).

### 8.2.2. Equation de la diffusion (2<sup>ème</sup> loi de Fick)

---

L'équation de continuité : 
$$\frac{\partial \rho_\phi}{\partial t} + \frac{\partial J_\phi}{\partial x} = \sigma_\phi$$

Pour la diffusion de matière :  $\phi = n$

$$\Rightarrow \frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \frac{\partial J_n}{\partial x} = \sigma_n$$

avec  $\sigma_n$  le taux de création de particules par unité de temps et par unité de volume.  
 $[m^{-3}s^{-1}]$

En combinant avec la loi de Fick  $J_n(x,t) = -D \frac{\partial S_n(x,t)}{\partial x}$

on obtient:

$$\frac{\partial S_n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( -D \frac{\partial S_n(x,t)}{\partial x} \right) = G_n$$

$$\boxed{\frac{\partial S_n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 S_n(x,t)}{\partial x^2} + G_n}$$

Equation  
de la  
diffusion

Pour information (hors cours), l'équation dans le cas général (3D) s'écrit, pour  $S_n = S_n(x,y,z,t)$

$$\frac{\partial S_n}{\partial t} = D \Delta S_n + G_n$$

Avec  $\Delta S_n$  le laplacien de  $S_n$  qui, en coordonnées cartésiennes vaut

$$\frac{\partial^2 S_{n,x}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S_{n,y}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S_{n,z}}{\partial z^2}$$



## Solution de l'équation de diffusion dans un cas simple

---

Considérons un système unidimensionnel (1D) sans terme de source ( $G_n=0$ ):

$$\frac{\partial S_n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 S_n(x,t)}{\partial x^2}$$

A) régime stationnaire  $\Rightarrow \frac{\partial S_n}{\partial t} = 0$   
 $S_n(x,t) = S_n(x)$

$$\Rightarrow D \frac{d^2 S_n(x)}{dx^2} = 0$$

En intégrant:  $\frac{d S_n(x)}{dx} = \frac{C}{D}$

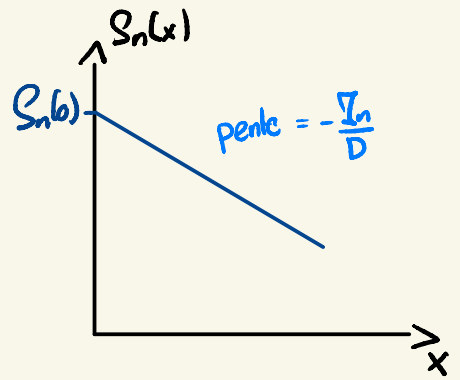
La 1<sup>ère</sup> loi de Fick nous dit que  $J_n = -D \frac{d S_n}{dx}$

$$\Rightarrow C = -J_n$$

On a donc  $\frac{d S_n(x)}{dx} = -\frac{J_n}{D}$

$$\Rightarrow S_n(x) = -\frac{J_n}{D} x + S_n(0)$$

$$S_n(x) = -\frac{J_n}{D} x + S_n(0)$$

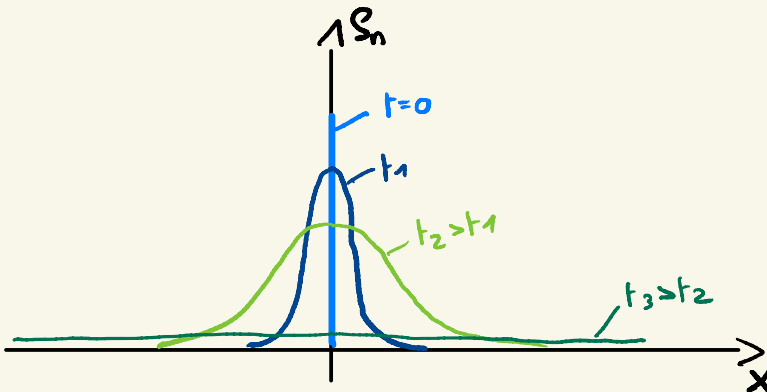


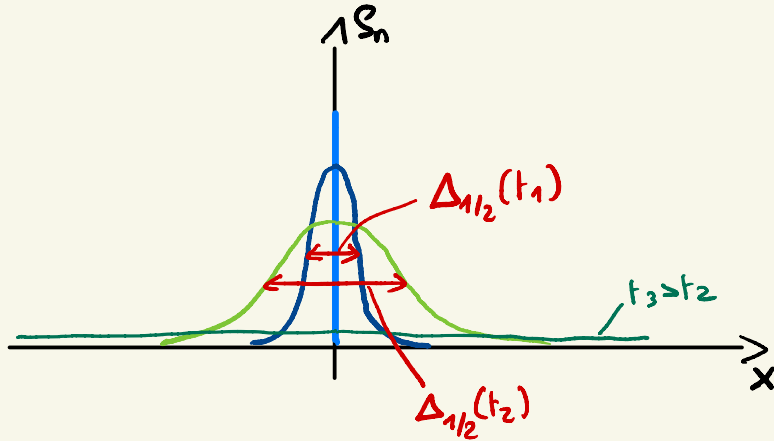
B) régime quelconque

$$\frac{\partial S_n(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 S_n(x,t)}{\partial x^2}$$

Avec comme condition initiale  $n_s$  particules sur un plan en  $x=0$  à  $t=0$ , la solution de l'équation de diffusion est (à vérifier) :

$$S_n(x,t) = \frac{n_s}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}$$





La solution est une courbe Gaussienne. La largeur à mi-hauteur est une grandeur qui permet de caractériser l'étalement spatial du profil de diffusion au cours du temps.

$$S_n(x, t) = \frac{n_s}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}$$

On cherche  $x_{1/2}$  tel que  $S_n(x_{1/2}, t) = \frac{1}{2} S_n(0, t)$

$$S_n(x_{1/2}, t) = \frac{1}{2} S_n(0, t)$$

$$\frac{n_s}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x_{1/2}^2}{4Dt}} = \frac{1}{2} \frac{n_s}{\sqrt{4\pi Dt}}$$

$$e^{-\frac{x_{1/2}^2}{4Dt}} = \frac{1}{2}$$

$$x_{1/2}^2 = \ln(2) \cdot 4Dt$$

$$x_{1/2} = \pm 2 \sqrt{\ln(2) Dt}$$

$$\begin{cases} x_{1/2} = 2 \sqrt{\ln(2) Dt} \\ x_{-1/2} = -2 \sqrt{\ln(2) Dt} \end{cases}$$

La largeur à mi-hauteur est donc

$$\Delta_{1/2} = x_{1/2} - (x_{-1/2}) = 4 \sqrt{\ln(2) D t}$$

- $\Delta_{1/2} \propto \sqrt{t}$

L'étalement caractéristique est proportionnel à  $\sqrt{t}$  et à  $\sqrt{D}$ .

- Estimation de la durée de diffusion d'un morceau de sucre dans une tasse de café :

- diamètre de la tasse  $d = 5 \text{ cm}$

- $D = 0.52 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$

$$\Rightarrow d = 4 \sqrt{\ln(2) D t_d}$$

$$t_d = \frac{d^2}{16 \cdot \ln(2) D}$$

A.N. :  $t_d = 4.33 \cdot 10^5 \text{ s}$

$t_d = 5 \text{ jours}$

- La diffusion est un phénomène lent
- En réalité, une convection ou advection se superpose souvent à la diffusion.

# Modes de transfert de la chaleur

Nous avons vu que le transfert de chaleur

$Q$  ou  $SQ$  était fondamental dans les transformations thermodynamiques, les cycles et les machines thermiques.

Ce transfert de chaleur peut être effectué de différentes manières :

- conduction
- convection
- rayonnement électromagnétique

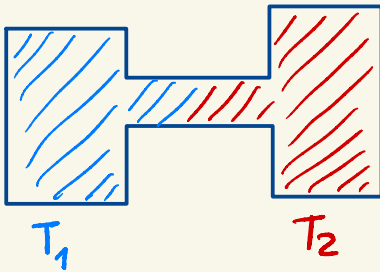
## 8.3. Conduction thermique

La conduction thermique est un mode de transfert de chaleur qui se produit à l'intérieur d'un objet dans lequel il existe une différence de température, ou entre deux objets de température différentes mis en contact.

Le transfert de chaleur repose sur la diffusion de l'énergie thermique à travers les interactions microscopiques entre les molécules du milieu. Il n'y a pas de déplacement macroscopique de la matière.

### 8.3.1 Loi de Fourier

Loi phénoménologique

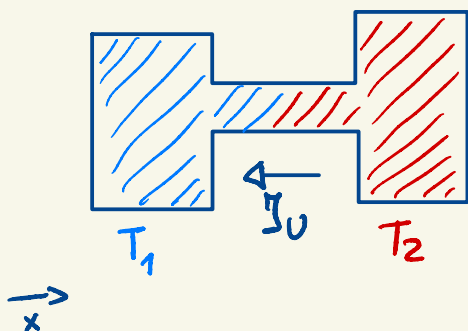


Joseph Fourier  
(1768-1830)

A une dimension

$$J_u(x,t) = -\lambda \frac{\partial T(x,t)}{\partial x}$$

$J_u$ : flux d'énergie par unité  
de surface et par unité de temps  $[J m^{-2} s^{-1}] = [W m^{-2}]$



$$J_u(x,t) = -\lambda \frac{\partial T(x,t)}{\partial x}$$

$\lambda$  : coefficient de conductivité thermique

$$[W m^{-1} K^{-1}]$$

Si  $T_2 > T_1$

$$\Rightarrow \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} > 0$$

$\Rightarrow J_u(x,t)$  est selon  $-\hat{e}_x$

La chaleur va du chaud vers le froid

La valeur de la conductivité thermique dépend de la substance

Substance	$\lambda [W m^{-1} K^{-1}]$ à 20°C		Substance	$\lambda [W m^{-1} K^{-1}]$ à 20°C
Argent	418	bon conducteur	Verre	1.2
Cuivre	390		Terre	~1
Fer	80		ciment	0.8
Acier inoxydable	16		laine	0.04
Ardoise(pierre)	~2		air	0.02 isolant



### 8.3.2. Equation de conduction de la chaleur

L'équation de continuité  $\frac{\partial S_\phi}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{I}_\phi}{\partial x} = \sigma_\phi$

appliquée au cas du transfert d'énergie interne  $U$

( $\phi = U$ ) et en notant  $S_U = \underbrace{S}_{\substack{\uparrow \\ \text{masse} \\ \text{volumique}}} \cdot \underbrace{U}_{\substack{\nwarrow \\ \text{densité massique} \\ \text{d'énergie interne}}} \nwarrow$   
 $S \cdot U$  énergie interne volumique

$$\Rightarrow \frac{\partial S_U}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{I}_U}{\partial x} = \sigma_U$$

Avec  $\sigma_U$  la source (ou puit) interne de chaleur.

- On considère des transformations sans travail (isochore):

$$dU = SQ + \underbrace{SW}_{=0} = m c_{vm} dT$$

$c_{vm}$  chaleur spécifique massique à volume constant

$$\Rightarrow \frac{\partial S_U}{\partial t} = S c_{vm} \frac{\partial T}{\partial t}$$

On a donc :  $\rho_{cvm} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{I}_v}{\partial x} = \sigma_v$

En utilisant la loi de Fourier pour remplacer  $\mathcal{I}_v$

$$\rho_{cvm} \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \sigma_v$$

$\Rightarrow$   $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho_{cvm}} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\sigma_v}{\rho_{cvm}}$  Equation de conduction isochore de la chaleur

Le coefficient  $\frac{\lambda}{\rho_{cvm}}$  est le coefficient de diffusivité thermique.  $[m^2 s^{-1}]$

Corps	$\lambda / \rho_{cvm} [m^2 s^{-1}]$
cuivre	114
laiton	33
acier inox	4
verre	0,58
bois	0,45
eau à 293K	0,14
corps humain	0,1

Pour information (hors cours), l'équation dans le cas général (3D) s'écrit, pour  $T = T(x, y, z, t)$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_{\text{vm}}} \Delta T + \frac{q_v}{\rho c_{\text{vm}}}$$

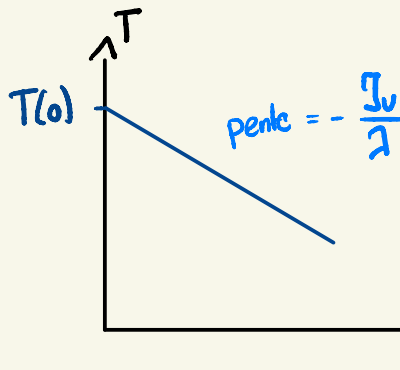
Avec  $\Delta T$  le laplacien de  $T$  qui, en coordonnées cartésiennes vaut

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

- Cette équation est similaire à l'équation de diffusion. Les solutions dans des cas simples sont (à vérifier à la maison) :

A) Cas stationnaire, unidimensionnel et sans source :

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \Rightarrow T(x) = -\frac{q_v}{\lambda} x + T(0)$$

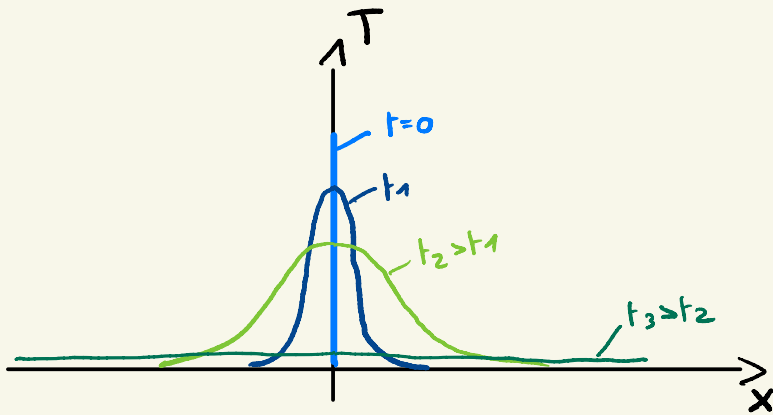


B) Cas quelconque, unidimensionnel et sans source.

Condition initiale :  $T(0,0) = T_0$

$$T(x,t) = \frac{T_0}{\sqrt{4\pi at}} e^{-\frac{x^2}{4at}}$$

avec  $a = \frac{\lambda}{\rho c_{vm}}$



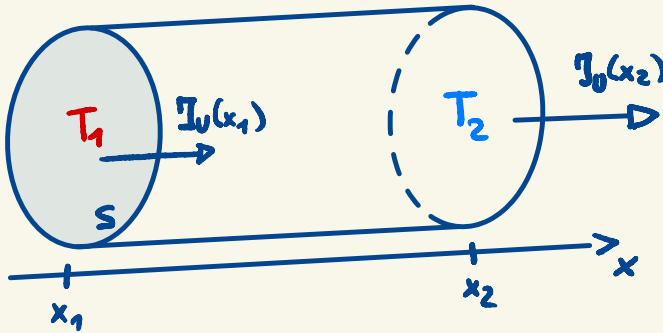
La largeur à mi-hauteur de la courbe  $\Delta x_{1/2} = 4 \sqrt{\ln(2) at}$

C'est une grandeur qui permet de caractériser l'étalement spatial du profil de température au cours du temps.

### 8.3.3. Application: résistance et conduction thermique

---

Soit un conducteur thermique homogène  
de section  $S$  et d'axe  $O_x$  en régime stationnaire et  
sans source.



$$\underbrace{\frac{\partial \rho_v}{\partial t}}_{=0} + \frac{\partial J_v}{\partial x} = \underbrace{\sigma_v}_{=0}$$

$$\frac{\partial J_v}{\partial x} = 0 \Rightarrow J_v(x) = \text{cte}$$

loi de Fourier :  $J_v = -\lambda \frac{\partial T(x)}{\partial x}$

$$\Rightarrow T(x) = -\frac{J_v}{\lambda} x + \text{cte}$$

Avec  $T(x_1) = T_1$  et  $T(x_2) = T_2$  et  $x_2 - x_1 = \ell$

$$\Rightarrow T_1 - T_2 = -\frac{\gamma_U}{\lambda} x_1 + \frac{\gamma_U}{\lambda} x_2$$

$$\boxed{T_1 - T_2 = \frac{\gamma_U \ell}{\lambda}}$$

- En définissant l'intensité thermique  $I_U$  comme le flux de  $\gamma_U$  à travers  $S$  :  $I_U = \gamma_U \cdot S$   $[W]$   
 $[Js^{-1}]$

$$\Rightarrow \boxed{T_1 - T_2 = \frac{\ell}{\lambda S} I_U}$$

ou en notant que  $I_U = \frac{SQ}{dt}$  :  $T_1 - T_2 = \frac{\ell}{\lambda S} \frac{SQ}{dt}$

- On définit :
  - résistance thermique  $R_U = \frac{\ell}{\lambda S}$
  - conductance thermique  $G_U = \frac{1}{R_U} = \frac{\lambda S}{\ell}$
- Ce résultat est utilisé dans la pratique, si on veut isoler thermiquement deux corps, on s'arrange pour que la résistance thermique du matériau intermédiaire soit élevée (inversement si on veut transmettre facilement un flux thermique, on choisira un  $R_U$  faible).

- On reconnaît directement l'analogie avec la loi d'Ohm en électricité :  $U_1 - U_2 = R I$ 

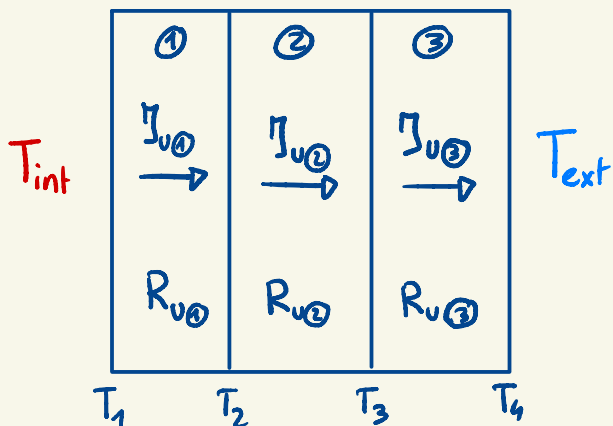
$\underbrace{U_1 - U_2}_{\text{différence de tension}}$

$\underbrace{R}_{\text{résistance électrique}}$

$\underbrace{I}_{\text{courant électrique } [A \cdot s^{-1}]}$

- L'analogie avec un circuit électrique s'étend dans la situation où plusieurs résistances / conductances thermiques sont en série / parallèle :
  - En séries, ce sont les résistances qui se somment
  - En parallèle, ce sont les conductances qui se somment

Exemple : Géométrie plane infinie, composée de 3 couches, stationnaire et sans source.



On a vu que  $J_u = cte$   
 $\Rightarrow J_{u①} = J_{u②} = J_{u③} = J_u$   
 $\Rightarrow I_{u①} = I_{u②} = I_{u③} = I_u$

On a donc :

$$T_1 - T_2 = R_{u(1)} I_u$$

$$T_2 - T_3 = R_{u(2)} I_u$$

$$T_3 - T_4 = R_{u(3)} I_u$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow T_{\text{int}} - T_{\text{ext}} &= T_1 - T_2 + T_2 - T_3 + T_3 - T_4 \\ &= \underbrace{(R_{u(1)} + R_{u(2)} + R_{u(3)})}_{R_{u \text{ équ}}} I_u \end{aligned}$$

analogie avec un

circuit électrique :

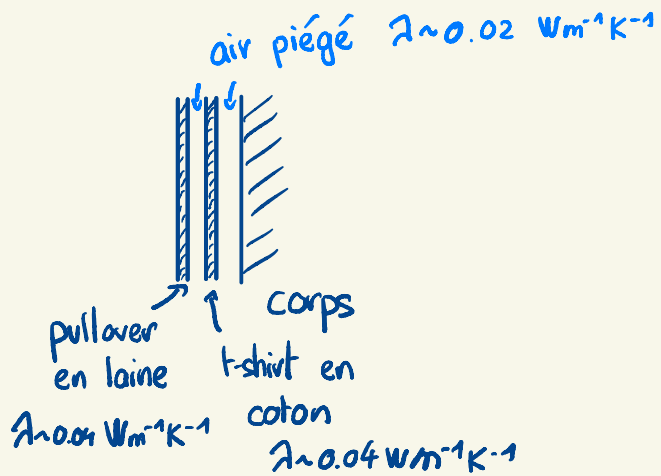


L'air est un bon isolant thermique ( $\lambda \sim 0,02 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ).

Cette caractéristique est utilisée notamment pour se protéger du froid en hiver. On met plusieurs couches de vêtements qui piègent une couche d'air entre eux.

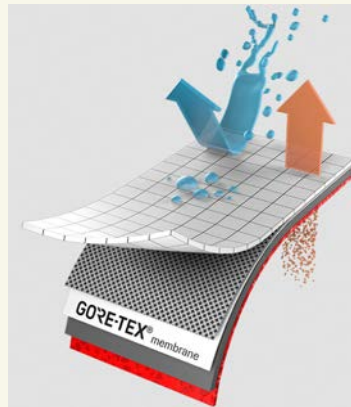


Les vêtements eux-mêmes n'ont pas véritablement besoin d'avoir un coefficient de conductivité thermique très faible.



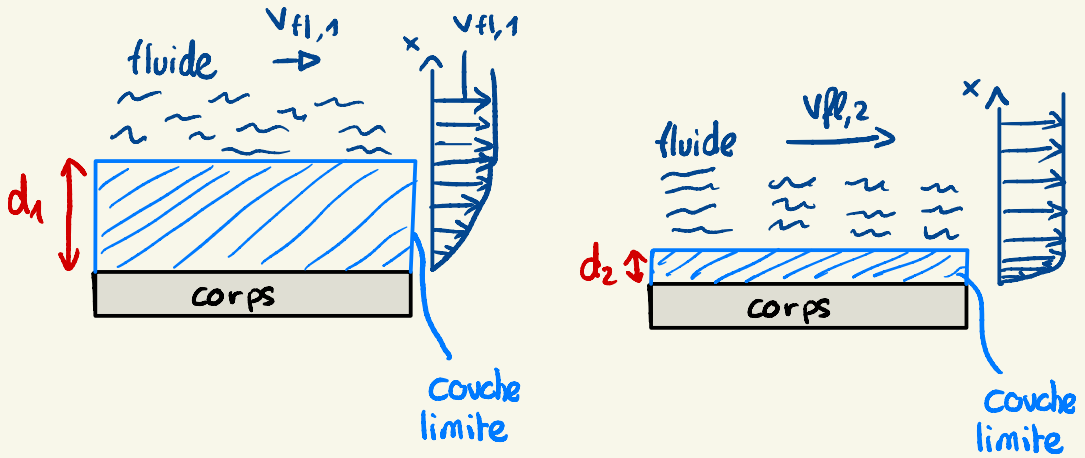
$$\Rightarrow R_{\text{équivalent}} = R_{\text{v, laine}} + 2 \cdot R_{\text{v, air}} + R_{\text{v, coton}}$$

Le Goretex utilise cet effet (entre autres), des couches d'air sont piégées dans des petites cellules.



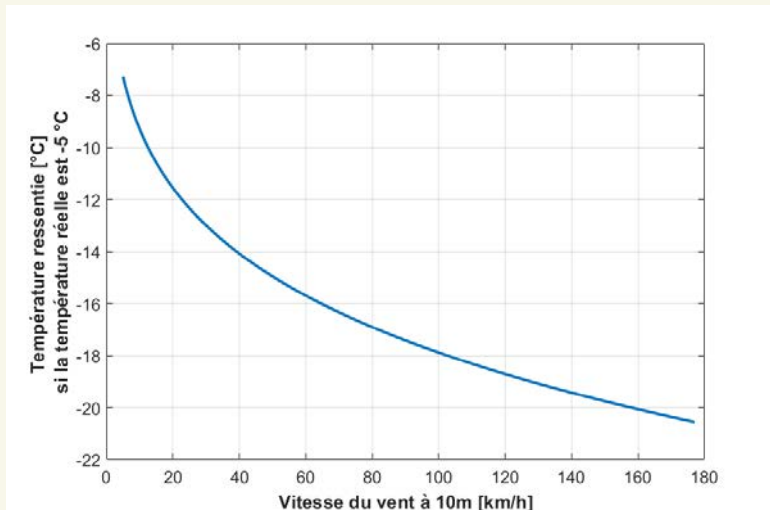
### 8.3.4 Application: couche limite

Couche limite: zone d'interface entre un corps et un fluide environnant lors d'un mouvement relatif entre les deux.

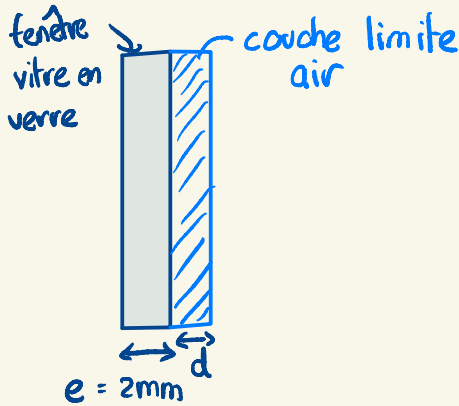


- La couche limite est, pour le cas de la diffusion thermique, la première couche isolante.
- L'épaisseur  $d$  varie avec la vitesse relative. Dans le cas du dessin :  $v_{fl,2} > v_{fl,1} \Rightarrow d_2 < d_1$
- Comme  $R_u = \frac{d}{\lambda S} \Rightarrow$  la résistance thermique dépend de la vitesse relative du fluide.

- Cet effet est la raison du refroidissement éolien (wind chill). La couche limite d'air au contact de notre peau devient très mince en cas de fort vent. Le facteur de refroidissement éolien est un facteur de correction de la température pour estimer la température ressentie. Il est très important dans les pays froids pour prévenir des dangers de gelure.



## Exemple d'effet de la couche limite : fenêtre isolante



$$\lambda_{\text{verre}} = 1.2 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\lambda_{\text{air}} = 0.02 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$S = 1 \text{ m}^2$$

pour simplifier

$$e_{\text{verre}} = 2 \text{ mm}$$

$$d \in [1 \text{ mm}, 10 \text{ mm}]$$

↑ fort vent      ↑ faible vent

$$\begin{aligned} \Rightarrow R_{u, \text{équivalent}} &= R_{u, \text{verre}} + R_{u, \text{air}} \\ &= \frac{e_{\text{verre}}}{\lambda_{\text{verre}}} + \frac{d}{\lambda_{\text{air}}} \end{aligned}$$

\* faible vent : A.N. :  $R = \frac{0,002}{1,2} + \frac{0,01}{0,02} = 0,5 \text{ W}^{-1} \text{ m}^2 \text{ K}$

\* fort vent : A.N. :  $R = \frac{0,002}{1,2} + \frac{0,001}{0,02} = 0,05 \text{ W}^{-1} \text{ m}^2 \text{ K}$

Pratiquement, toute l'isolation de la fenêtre vient de la couche limite. C'est pour cette raison (entre autre) qu'on utilise du double vitrage avec un gaz piégé entre les deux vitres.

### 8.3.5. Application : température de contact, effusivité

---

Comment interpréter la sensation de chaud et de froid quand on touche deux matériaux différents qui sont à la même température ? Par exemple, on se brûle en touchant une plaque métallique à  $100^{\circ}\text{C}$  alors qu'on peut supporter un morceau de bois à la même température.

Lorsque deux objets de matériaux différents et de température différente sont mis en contact, on peut définir la température de l'interface ou température de contact  $T_c$  (par exemple la température de la peau dans le cas du toucher).

- La température de l'interface  $T_c$  dépend de :

- \* la chaleur spécifique  $S_{cvm}$  :

$T_c$  sera proche de celle du matériau qui nécessite beaucoup de chaleur pour changer sa température

- \* la conductivité thermique  $\lambda$  :

$T_c$  sera proche de celle du matériau qui conduit le mieux la chaleur à l'interface

- On définit l'effusivité thermique  $E$

$$E = \sqrt{S \lambda_{cvm}} \quad [J s^{-1/2} m^{-2} K^{-1}]$$

$E$  caractérise la capacité d'un matériau

à transmettre rapidement sa chaleur à un autre corps.

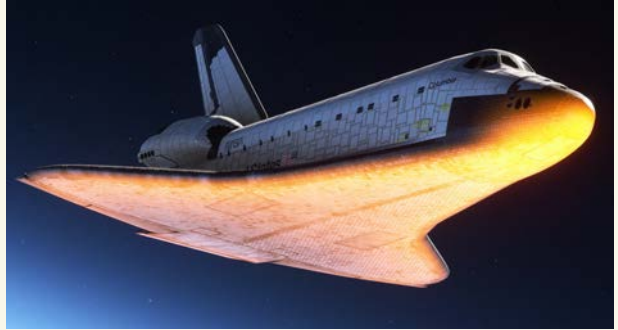
- A la mise au contact de deux matériaux à des températures  $T_1$  et  $T_2$ , la température de contact  $T_c$  en régime stationnaire est :

$$T_c = \frac{E_1 T_1 + E_2 T_2}{E_1 + E_2}$$

La température de contact est la température moyenne des deux matériaux, pondérées par leur effusivité (et non leurs conductivités thermiques ou leurs diffusivités).

Corps	Effusivité [ $J s^{-1/2} m^{-2} K^{-1}$ ]
Cuivre	$36,5 \cdot 10^3$
Inox	$8 \cdot 10^3$
Bois	$0,34 \cdot 10^3$
Corps humain	$1,6 \cdot 10^3$

- Exemple de matériau avec une effusivité extrêmement faible : Tuiles rétractaires Li-900 (99%  $\text{SiO}_2$ ) utilisées pour la protection thermique de la navette spatiale.



Masse volumique :  $\rho = 144 \text{ kg/m}^3$

Conductivité thermique :  $\lambda = 0,02 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$

Chaleur spécifique massique :  $c_{vm} = 1000 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$

$$\Rightarrow E = \sqrt{\rho \lambda c_{vm}} \sim 54 \text{ J s}^{-1/2} \text{ m}^{-2} \text{ K}^{-1}$$

Démo avec un cube  
chauffé à  $\sim 1200^\circ\text{C}$  :  
( $\sim 2200^\circ\text{F}$ )  
Space Shuttle Thermal Tile  
Demonstration :



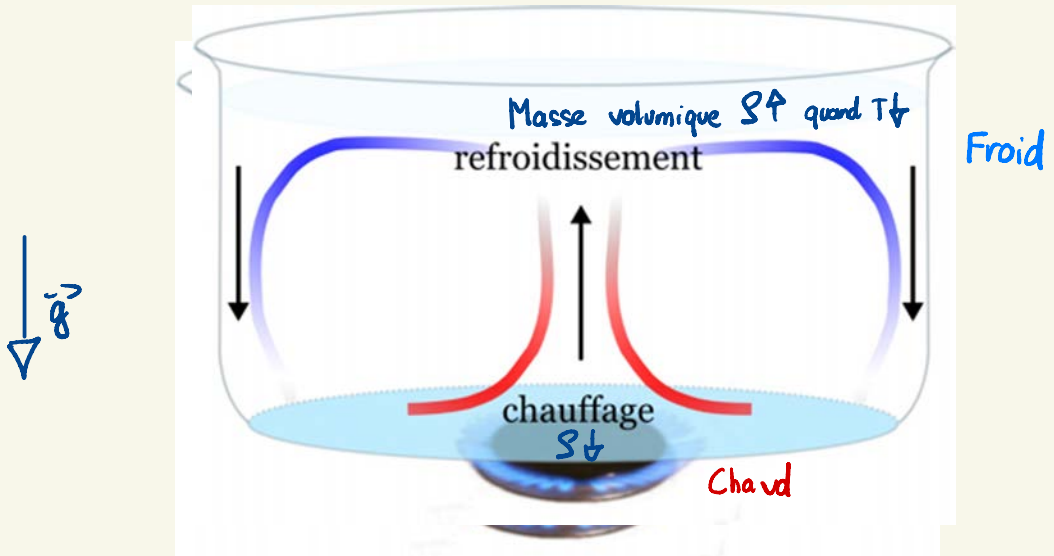
[www.youtube.com/watch?v=Pp9Yax8UNoM](https://www.youtube.com/watch?v=Pp9Yax8UNoM)



## 8.4. Convection thermique

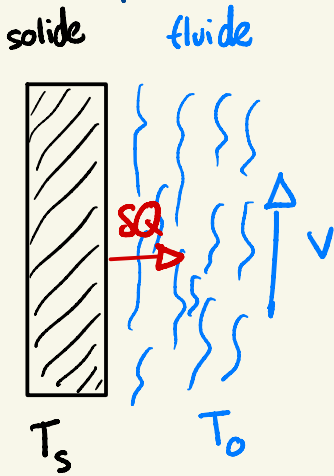
La convection thermique est un mécanisme de transfert de la chaleur qui implique le déplacement macroscopique de matière dans un fluide en raison des différences de température et de densité. Elle combine deux mécanismes :

- la conduction thermique
- l'advection : transport de chaleur par le mouvement global du fluide



### 8.4.1. Loi de Newton pour la convection thermique

- Loi empirique exprimant la chaleur échangée entre une surface solide et un fluide en mouvement à une température différente :



$$\frac{SQ}{dt} = h A (T_s - T_o)$$

$\frac{SQ}{dt}$  : chaleur échangée du solide au fluide par unité de temps [W]

$A$  : surface du solide exposée au fluide [ $m^2$ ]

$h$  : coefficient de transfert de la chaleur [ $W m^{-2} K^{-1}$ ]

$T_s$  : température à la surface de contact avec le fluide [K]

$T_o$  : température moyenne du fluide [K]

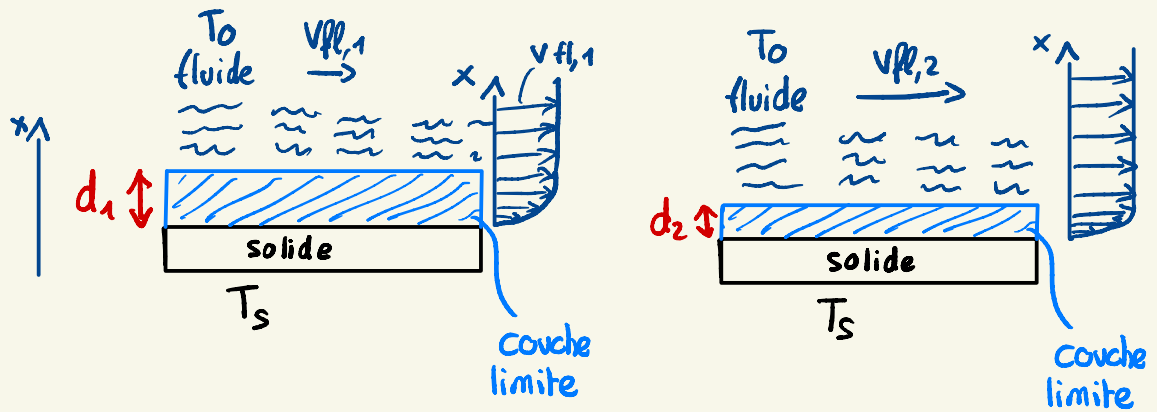
- Le coefficient de transfert de la chaleur dépend du fluide, de l'objet, de la vitesse relative, de la géométrie, des phases du fluide (possible transition de phase) ...

C'est un paramètre qui est généralement mesuré expérimentalement.

- Exemples :

Condition d'échange	$h \text{ [W m}^{-2} \text{K}^{-1}]$
Gaz en convection naturelle	5 - 37
Eau en convection naturelle	100 - 1200
Métaux liquides dans tuyaux	2000 - 45000
Vapeur d'eau qui condense	30'000 - 140'000

- L'équation de Newton pour la convection thermique peut être expliquée qualitativement en considérant la diffusion à travers la couche limite (vue au chapitre 8.3.4)



Le fluide est en mouvement relatif avec une vitesse  $v_{fl}$  par rapport au solide. La couche limite est quasi-statique ( $v \approx 0$ ), donc le transfert de chaleur se fait par conduction thermique:

Loi de Fourier : 
$$J_u = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$

Comme il n'y a pas de travail en jeu:  $dU = \delta Q$

$$\Rightarrow \dot{Q}_0 = \frac{\partial Q}{A dt}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial Q}{dt} = -A \lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\frac{\partial Q}{dt} = -A \lambda \left( \frac{T_0 - T_s}{d} \right)$$

$$\frac{\partial Q}{dt} = \underbrace{\left( \frac{\lambda}{d} \right)}_h A (T_s - T_0)$$

- $h = \frac{\lambda}{d}$  avec  $d$  l'épaisseur de la couche limite

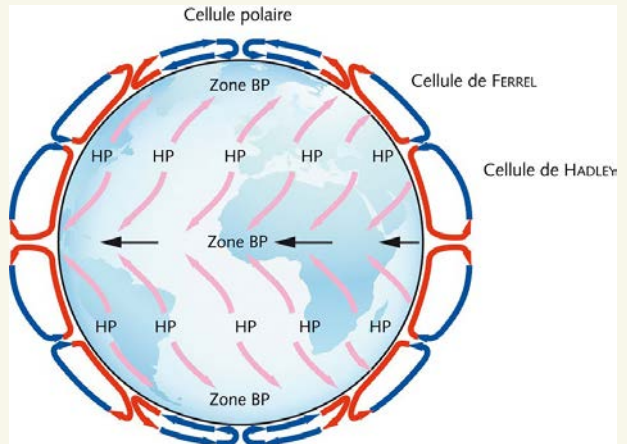
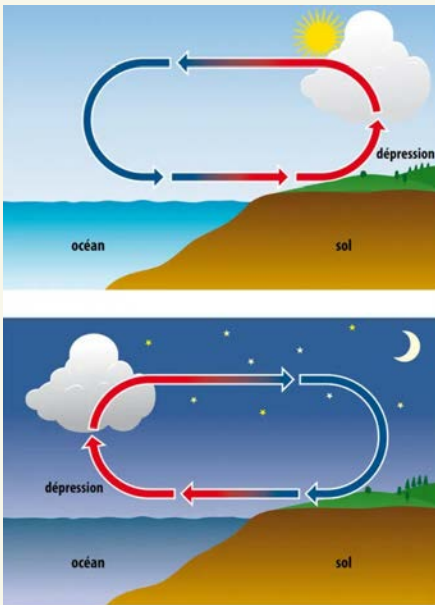
$d$  diminue avec une vitesse relative élevée  $\Rightarrow h$  augmente

- Le transfert thermique est très efficace avec un fluide turbulent (et un écoulement non laminaire) puisque la couche limite est très mince.

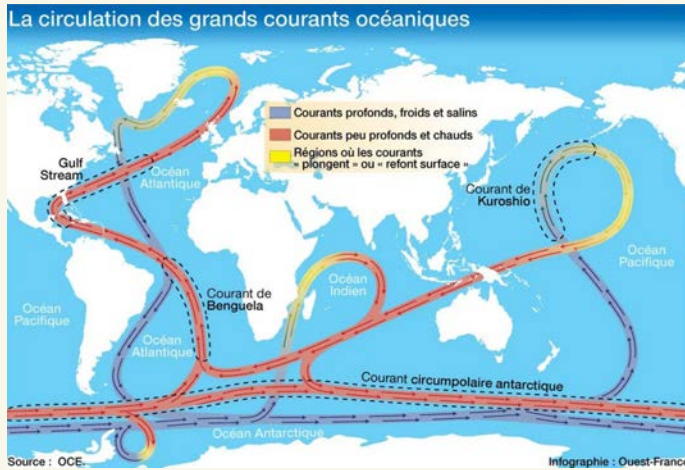
# Exemples de phénomènes de convection thermique naturels

La convection est un mode d'échange de chaleur très efficace et très répandu dans la vie quotidienne.

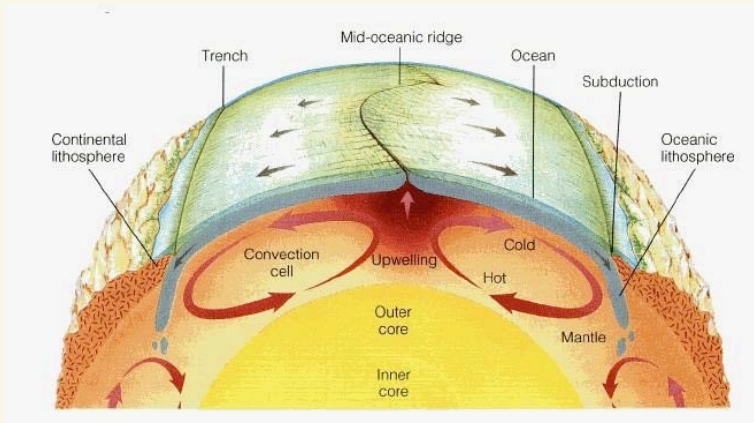
- Convection dans l'atmosphère terrestre



- Convection dans les océans



- Convection dans le manteau terrestre



## 8.5. Rayonnement thermique

- La conduction et la convection nécessitent de la matière pour l'échange de chaleur. La chaleur peut également se propager dans le vide sous la forme d'un rayonnement électromagnétique (c'est-à-dire de la lumière).
- Tout corps ayant une température  $T > 0\text{K}$  émet un rayonnement électromagnétique sous forme de photons. L'intensité et la fréquence/longueur d'onde de ce rayonnement dépendent de la température du corps.
- La chaleur transférée par ce rayonnement électromagnétique est puisée dans le corps qui émet, qui voit son énergie interne diminuer.



- Inversément, un corps peut absorber un rayonnement électromagnétique et ainsi voir son énergie interne augmenter.

Exemple de rayonnement électromagnétiques de différents corps :

lumière  
visible



rayonnement  
infrarouge

rayonnement  
micro-ondes



Lumière visible

- Corps noir : un corps noir est un objet idéal qui absorbe intégralement toute la radiation électromagnétique qu'il reçoit. Son propre rayonnement électromagnétique est dû à sa température.

### 8.5.1. Loi de Stefan-Boltzmann

La puissance totale  $P$  émise par un corps à la température  $T$  est :

$$P = \epsilon \sigma_{sb} S T^4$$

- \*  $\epsilon$  est l'émissivité (indication de l'efficacité du corps à émettre la radiation électromagnétique)  $\epsilon \in [0, 1]$

$\epsilon = 1$  pour un corps noir

- \*  $\sigma_{sb}$  est la constante de Stefan-Boltzmann  
 $\sigma_{sb} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$

- \*  $S$  est la surface émettrice  $[\text{m}^2]$

## Exemple : équilibre entre émission et absorption pour un corps contenu dans un autre

---

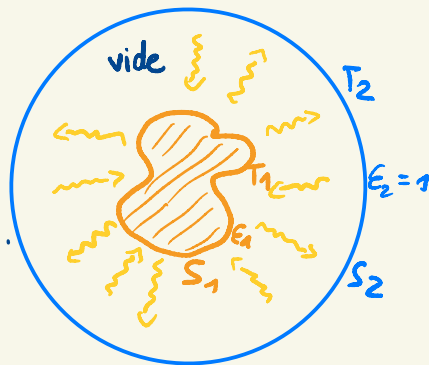
Soit la situation suivante :

un corps de surface extérieure  $S_1$  et d'émissivité  $\epsilon_1$  est à la température  $T_1$ .

Il est contenu dans un corps plus

grand, de surface  $S_2$ , d'émissivité  $\epsilon_2=1$  et de température  $T_2$ .

Il n'y a pas de matière (vide) entre ces deux corps.



Effectuons le bilan de puissance pour le corps 1 :

puissance émise par ① :  $P_{\text{émise},1} = \epsilon_1 \sigma_{\text{SB}} S_1 T_1^4$

puissance émise par ② :  $P_{\text{émise},2} = \sigma_{\text{SB}} S_2 T_2^4$

puissance absorbée par ① :  $P_{\text{absorbée},1} = \epsilon_1 \sigma_{\text{SB}} S_1 T_2^4$

puissance nette échangée par ① :

$$P_{\text{tot},1} = P_{\text{émise},1} - P_{\text{absorbée},1}$$

$$P_{\text{tot},1} = \epsilon_1 \sigma_{\text{SB}} S_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

A l'équilibre thermique, on a  $T_1 = T_2 \Rightarrow P_{\text{tot}} = 0$ , il n'y a plus de transfert net d'énergie.

On identifie trois cas :

- $T_1 > T_2$ , le corps 1 perd de l'énergie
- $T_1 < T_2$ , le corps 1 gagne de l'énergie
- $T_1 = T_2$ , équilibre thermique, pas d'échange d'énergie.

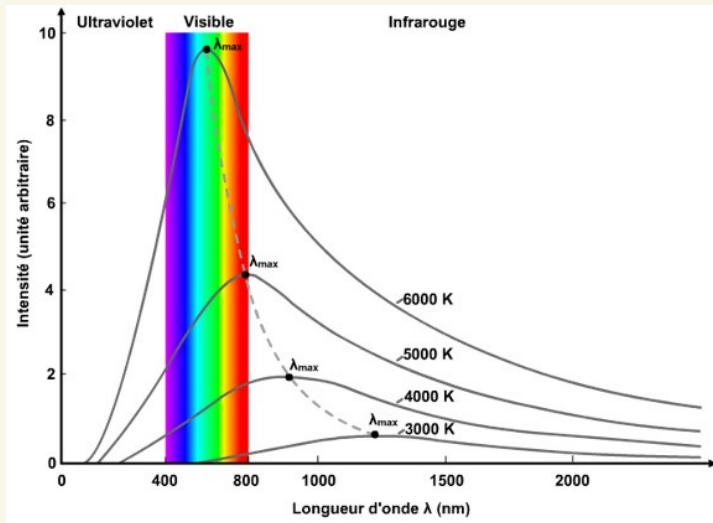
Remarque : Si  $\epsilon_2 < 1$ , le corps ② émet une puissance

$P_{\text{émise},2} = \epsilon_2 \sigma_{\text{SB}} S_2 T_2^4$  et la puissance nette de ②

devient  $P_{\text{tot},1} = \epsilon_1 \sigma_{\text{SB}} S_1 (T_1^4 - \epsilon_2 T_2^4)$ .

## 8.5.2. Loi de Wien

- La radiation électromagnétique émise n'a pas une fréquence/longueur d'onde unique mais suit une distribution spectrale.



La loi de Wien donne la longueur d'onde  $\lambda_{\max}$  à laquelle un corps noir émet le maximum d'énergie en fonction de sa température  $T$ :

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$$

Loi de Wien

\*  $b$  est la constante de Wien

$$b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$$

Exemple : • soleil à 5800 K :  $\lambda_{\max} = 500 \text{ nm}$   
couleur jaune

• corps humain à 310 K :  $\lambda_{\max} = 10 \mu\text{m}$   
infrarouge

Remarque: Cette loi est valable pour un corps noir. Le comportement d'un corps réel est approximé par cette loi

# Exemple combinant les trois types de transfert de la chaleur : l'ampoule à filament

---

- Conduction : en posant la main sur l'ampoule on chauffe la main par contact direct
- Convection : avec la main en dessus de l'ampoule, on sent l'air chaud. Les molécules d'air sont chauffées et transportées loin de l'ampoule.
- Rayonnement thermique : le filament de l'ampoule émet les ondes électromagnétiques (infrarouge et visible) qui se propagent et donnent leur énergie aux molécules de la main.

